



Sergio.casiraghi@didasweb.it

URL=<http://goo.gl/BkaJfc>

Collaborate

21st

<https://webqr.com>



Create
Connect

Century

Community

NSA

Learning

Giornate NSA
2011-2017

$$D_x e^x = \lim_{dx \rightarrow 0} \frac{e^{x+dx} - e^x}{dx}$$

Venezia, 30 settembre 2017

<http://giornatensa.liceofoscarini.it/2017>



VII GIORNATA NAZIONALE DI ANALISI NON STANDARD

Formula per il calcolo delle derivate di ordine superiore

Le dimostrazioni alle basi del calcolo in NSA



Fatevi sempre delle domande, anche a rischio di non avere risposte, poiché il vero rischio è quello di accontentarvi di risposte già pronte che non siano quelle giuste.

([Robin Hood/Good?](#))

Sergio Casiraghi
(sergio.casiraghi@didasweb.it)



Group Leader & Mentor DIDASforce - Task Force for Innovation in Education
(socio MATHESIS, EMS, UMI, AIRO, ADI, ANDINF, AICA n.14729, FabLabSondrio)

1 **Premesse alla domanda** all'origine della *formula*

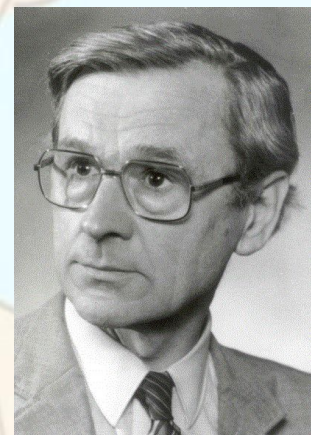
2 **Formula** per il calcolo della *derivata n-esima di $f(x)$*

3 **Dimostrazione** della *formula generale* in **NSA**

4 **Utilizzo** della *formula e vari collegamenti*

5 **Testi di riferimento** per lo studio della *NSA*

0 **Edizione (it) preliminare** del libro di **Jaap Ponstein**

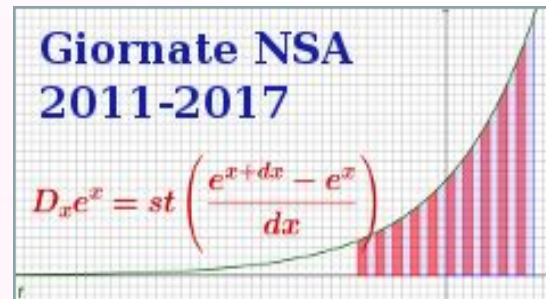


1

Formulazione NSA e calcolo delle derivate (differenza dal *mainstream Math*)

$$f'(x) = \text{st}((f(x + dx) - f(x))/dx) = \text{st}(df/dx)$$

$$e = \text{st}((1 + 1/N)^N) = \text{st}((1 + dx)^{1/dx}), \quad dx = 1/N \text{ con } N \approx \text{Inf.}$$



$$f(x) = e^x, \quad f'(x) = \text{st}((e^{x+dx} - e^x)/dx) = \text{st}((e^{dx} - 1)/dx) * e^x = \text{st}((1+dx - 1)/dx) * e^x = e^x$$

$$f(x) = \ln(x), \quad f(x+dx) - f(x) = \ln(x+dx) - \ln(x) = \ln((x+dx)/x) = \ln(1+dx/x), \quad x/dx = M \text{ con } M \approx \text{Inf.}$$

$$f'(x) = \text{st}(\ln(1+dx/x)/dx) = \text{st}(\ln(1+dx/x) * (x/dx)/x) = \text{st}(\ln((1+1/(x/dx))^{(x/dx)}))/x = \text{st}(\ln((1+1/M)^M))/x = \text{st}(\ln(e))/x = 1/x$$

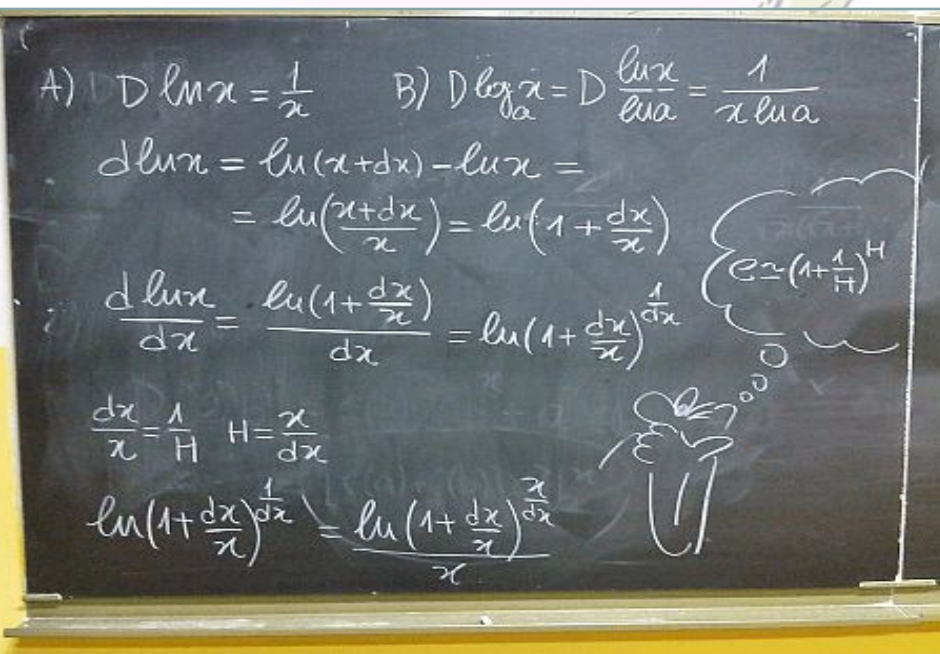
notazione differenziale

$$df = f(x + dx) - f(x) \approx f'(x) * dx = D(f(x)) * dx$$

Per un recupero rigoroso delle tecniche leibniziane risulta opportuno rifarsi ai metodi dell'[analisi non standard](#) che come si sa è stata formulata da [Abraham Robinson](#).



Abraham Robinson
(1918-1974)



Iterazione della derivazione

$$D(e^x) = e^x,$$

$$D^{(n)}(e^x) = e^x \text{ per Hp ind.}$$

$$D^{(n+1)}(e^x) = D(D^{(n)}(e^x)) = D(e^x) = e^x.$$

$$D^{(n)}(e^x) = e^x, \forall n \geq 0$$

Funzione composta

$$D_x f(g(x)) = f'(g(x))g'(x)$$

$$st\left(\frac{dy}{dx}\right) = st\left(\frac{dy}{dt}\right) \times st\left(\frac{dt}{dx}\right)$$



formule generali (Beato [Faà di Bruno's](#))

$$\frac{d}{dx} \left[f(g(x)) \right] \rightarrow [f'(g(x))] [g'(x)]$$

$$D(x^e e^x) = x^e e^x * e^x (1/x + \ln(x+e))$$

Notation Alert!!!			
y'	$\frac{dy}{dx}$	$\frac{d}{dx}(y)$	The derivative of y with respect to x .
y''	$\frac{d^2y}{dx^2}$	$\frac{d}{dx}\left(\frac{d}{dx}(y)\right)$	The second derivative of y with respect to x .
y'''	$\frac{d^3y}{dx^3}$	$\frac{d}{dx}\left(\frac{d}{dx}\left(\frac{d}{dx}(y)\right)\right)$	The third derivative of y with respect to x .
$y^{(4)}$	$\frac{d^4y}{dx^4}$	$\frac{d}{dx}\left(\frac{d}{dx}\left(\frac{d}{dx}\left(\frac{d}{dx}(y)\right)\right)\right)$	The fourth derivative of y with respect to x .
$y^{(5)}$	$\frac{d^5y}{dx^5}$	$\frac{d}{dx}\left(\frac{d}{dx}\left(\frac{d}{dx}\left(\frac{d}{dx}\left(\frac{d}{dx}(y)\right)\right)\right)\right)$	The fifth derivative of y with respect to x .

Note: The "with respect to" x means that we want to see the rate of change of y as x changes.

Note: Every time you take a derivative, you are finding the "rate of change" of the "function" you are taking the derivative of. So for example, $\frac{d^2y}{dx^2}$ represents the rate of change of y' .

Dimostrazione per induzione

$$y(x) = \frac{1}{(x+b)}$$

$$\frac{d^n}{dx^n} y(x) = (-1)^n \frac{n!}{(x+b)^{n+1}}$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{n \frac{d^n \log(x)}{dx^n}} = e^x - 1$$

$$\frac{1}{\frac{d}{dx}(\ln(x))} \cdot 1 - \frac{1}{\frac{d}{dx}\left(\frac{d}{dx}(\ln(x))\right)} \cdot 2 + \frac{1}{\frac{d}{dx}\left(\frac{d}{dx}\left(\frac{d}{dx}(\ln(x))\right)\right)} \cdot 3 - \dots = e^x - 1$$

$$y(x) = \ln(x), x(y) = e^y$$

$$D(y(x)) = 1/D(x(y))$$

$$D(\ln(x)) = 1/D(e^y) = 1/e^y$$

$$D(\ln(x)) = 1/x$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{n \frac{d^n e^x}{dx^n}} = e^{-x} \log(2)$$

$$D(\ln(x)) = 1/x, D^{(2)}(\ln(x)) = D(D(\ln(x))) = -1/x^2$$

$$D^{(n)}(\ln(x)) = (-1)^{(n-1)} * (n-1)! / x^n \text{ per Hp ind.}$$

$$D^{(n+1)}(\ln(x)) = D(D^{(n)}(\ln(x))), D(1/x^n) = -n/x^{(n+1)}$$

$$D^{(n+1)}(\ln(x)) = (-1)^{(n-1)} * (n-1)! * n * (-1) / x^n = (-1)^n * n! / x^n$$

$$D^{(n)}(\ln(x)) = (-1)^{(n-1)} * (n-1)! / x^n, \forall n > 0$$

Funzione inversa

$$D_x f(x) = st\left(\frac{dy}{dx}\right) = \frac{1}{st\left(\frac{dx}{dy}\right)} = \frac{1}{D_y f^{-1}(y)}$$

$$e^x - 1 = \sum_{n=1, \infty} ((-1)^{(n-1)} / n) D^{(n)}(\ln(x))$$

$$\text{Sum}[(-1)^{(n-1)} / n / D[\text{Ln}[x], \{x, n\}], \{n, 1, \text{inf}\}]$$

Infografiche per la diffusione e cura dei contenuti

Math Doubts

Limits Formula

$$\lim_{x \rightarrow a} \frac{x^n - a^n}{x - a}$$

mathdoubts.com

Math Doubts

Math Problem

Evaluate

$$\lim_{x \rightarrow a} \frac{\cos \sqrt{x} - \cos \sqrt{a}}{x - a}$$

Don't miss CORRECT ANSWER. Don't miss CORRECT ANSWER. Don't miss CORRECT ANSWER.

Differentiate

$$\frac{d}{dx} \ln(\ln(\ln(x))) = ?$$

a) $\frac{1}{x \cdot \ln(\ln(x))}$

b) $\frac{1}{x \cdot \ln(x) \cdot \ln(\ln(x))}$

c) $\frac{1}{x \cdot \ln(\ln(x)) \cdot \ln(\ln(x))}$

d) $\frac{1}{x \cdot \ln(x) \cdot \ln(\ln(\ln(x)))}$

MATH SCHOOL **IQ TEST**
MATH LEARNING CENTRE

NO CHEATING PLEASE

$x = a + \epsilon$

$D(e^{e^e x}) = e^{(e^e x + e^x + x)}$

$D^{(n)}((e^x)^{(m)}) = e^{(\sum_{k=1}^n (e^x)^{(k-1)})}$



FORMULARI su social network



<https://it.pinterest.com/pin>

[#ContestFormule](#)

Pinterest

<https://it.pinterest.com/RobinGood>

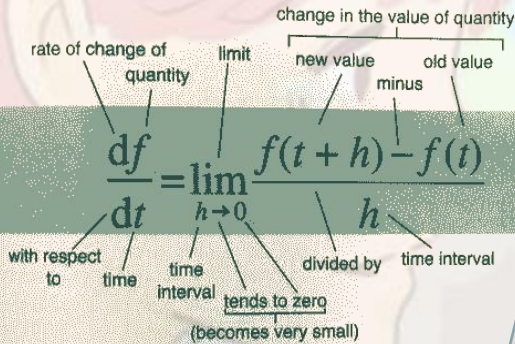
$$1) \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{q}^i} \right) - \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial q^i} = 0$$

$$2) f'(x_0) = \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0}$$

$$3) \sigma_{\hat{A}} \cdot \sigma_{\hat{B}} \geq \frac{1}{2} \left| \langle [\hat{A}, \hat{B}] \rangle \right|$$

$$4) \vec{F} = m\vec{a}$$

$$5) I_C = -\alpha_F I_E + I_{C_0} \left(1 - e^{-\frac{V_C}{V_T}} \right)$$



KEEP CALM AND THINK NSA



$$e^{i\pi} + 1 = 0$$

$$1) \nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}$$

$$2) \oint_{\partial S} \mathbf{F} \cdot d\Gamma = \iint_S \nabla \times \mathbf{F} \cdot d\mathbf{S}$$

$$3) e^{i\pi} + 1 = 0$$

$$4) f(x) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{f^{(n)}(x_0)}{n!} (x - x_0)^n$$

$e^{i\pi} + 1 = 0$

$\int_{\mathbb{R}^n} f(\mathbf{x}) \delta(\mathbf{x}) d\mathbf{x} = f(\mathbf{0})$

$\vec{F}_g = -G \frac{m_1 m_2}{|\vec{r}_{12}|^2} \hat{r}_{12}$

$f(x) = \frac{1}{\sigma \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}$

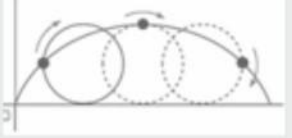
KEEP CALM AND POSTERS

<http://www.keepcalmandposters.com>

$$\frac{d}{dx} x = 1$$

<https://it.pinterest.com/eduarea/infographics-math>

#Tavola_degli_apprendimenti



Quale è il grafico di $y = f(x)$?

$$e^{ix} + 1 = 0$$

$$x_{n+1} = x_n - \frac{f(x_n)}{f'(x_n)}$$

Esistono solo cinque poliedri regolari

Equazioni di luoghi geometrici

Permutazioni
Disposizioni
Combinazioni

Come approssimare e, π, ϕ



\aleph_0
Chi è aleph-zero?



MATHESIS
Società Italiana di Scienze Matematiche e Fisiche
<https://www.facebook.com/groups/Mathesisoci>

I teoremi di *Lagrange, Rolle, l'Hôpital*

massimo e minimo

degli integrali al calcolo di

dei grancio alla possibile espressione

Come approssimare un integrale

Il principio di induzione

Principio di Cavalieri

Cos'è un sistema assiomatico?



SEMINARIO NAZIONALE SUI LICEI MATEMATICI
Matematica e Letteratura 2017
Parole, formule, emozioni
<http://www.dipmat2.unisa.it/iniziative/senalima2017>

Domanda all'origine della *formula da fb*

Matematica e Fisica

Come si può calcolare la derivata
ventesima di $f(x)$ senza calcolarle
tutte?

1 Non si può

$$f(x) = (3x - x^2) / (e^x + x)$$

2 Con una formula generale

3 $f^{(20)}(x)$ dalla serie di Taylor

**4 Non so cosa rispondere se non
con qualche tipo di risolutore ..**

Greena Sofia Mancini

$$D[(3x - x^2) / (e^x + x), \{x, 20\}]$$



2 La Formula per il calcolo della derivata n-esima di $f(x)$

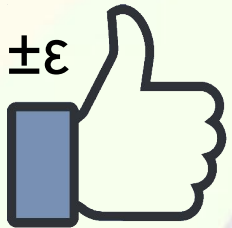


<<regolare>>
o derivabile n-volte

$$f^{(n)}(x) = \text{St} \left(\frac{\sum_{k=0}^n (-1)^{n-k} \binom{n}{k} f(x + k\varepsilon)}{\varepsilon^n} \right)$$

$\exists ?$

Come ogni teorema segue dalle definizioni, la dimostrazione ci dice **come**.



$$\frac{d^n f(x)}{dx^n} = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \varepsilon^{-n} \sum_{k=0}^n (-1)^{-k+n} \binom{n}{k} f(x + k\varepsilon)$$

$$f_-^{(k)}(x_0) = f_+^{(k)}(x_0) = c_k \in \mathbb{R}, k=1..n$$



3

Dimostrazione della formula generale

Dimostrazione per induzione

Ammissa l'esistenza di tutte le derivate della funzione $f(x)$,

posto che per $n=0$ è $f^{(0)}(x) = \text{St}((-1)^{0-0} \cdot 1 \cdot f(x+0 \cdot \varepsilon)) = \text{St}(f(x))$

è la **parte standard** della funzione.

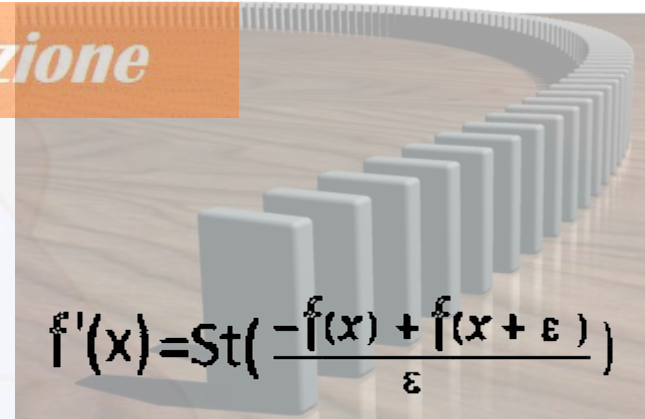
La *base* per $n=1$ $f^{(1)}(x) = \text{St}((f(x+\varepsilon) - f(x))/\varepsilon) = f'(x)$ è la **definizione** stessa della **derivata di $f(x)$** .

Per $n=2$ si ha $f^{(2)}(x) = \text{St}((f(x+2\varepsilon) - 2f(x+\varepsilon) + f(x))/\varepsilon^2) = \text{St}(\text{St}(f(x+2\varepsilon) - f(x+\varepsilon) - f(x+\varepsilon) + f(x))/\varepsilon)/\varepsilon = \text{St}(\text{St}((f(x+\varepsilon+\varepsilon) - f(x+\varepsilon))/\varepsilon) - \text{St}((f(x+\varepsilon) + f(x))/\varepsilon))/\varepsilon = \text{St}((f'(x+\varepsilon) - f'(x))/\varepsilon) = (f'(x))' = f''(x)$.

Nel successivo **passo induttivo** si dimostra che

$$f^{(n+1)}(x) = \text{St}(\text{sum}(0; n+1; (-1)^{n+1-k} C(n+1; k) f(x+k\varepsilon)) / \varepsilon^{n+1})$$

dove $C(n; k) = n! / k! / (n-k)!$ è il *coefficiente binomiale* di n su k .



Infatti, per **definizione**

$$f^{(n+1)}(x) = (f^{(n)}(x))' = \text{St}((f^{(n)}(x+\varepsilon) - f^{(n)}(x))/\varepsilon) =$$

Passo induttivo

E per **ipotesi induttiva** abbiamo

$$= \text{St}\left(\left(\text{St}\left(\sum_{k=0}^n (-1)^{n-k} C(n;k) f(x+\varepsilon+k\varepsilon)\right)/\varepsilon^n - \text{St}\left(\sum_{k=0}^n (-1)^{n-k} C(n;k) f(x+k\varepsilon)\right)/\varepsilon^n\right)/\varepsilon\right) =$$

$$= \text{St}\left(\sum_{k=0}^n (-1)^{n-k} C(n;k) (f(x+(k+1)\varepsilon) - f(x+k\varepsilon))\right)/\varepsilon^{n+1} = \mathbf{St(S/\varepsilon^{n+1})}$$
 poniamo ora

$S = \sum_{k=0}^n (-1)^{n-k} C(n;k) (f(x+(k+1)\varepsilon) - f(x+k\varepsilon))$ e passiamo ad espandere tale somma

$$S = (-1)^n C(n;0) (f(x+\varepsilon) - f(x)) + (-1)^{n-1} C(n;1) (f(x+2\varepsilon) - f(x+\varepsilon)) + (-1)^{n-2} C(n;2) (f(x+3\varepsilon) - f(x+2\varepsilon)) + ..$$

$$.. + (-1)^1 C(n;n-1) (f(x+n\varepsilon) - f(x+(n-1)\varepsilon)) + (-1)^0 C(n;n) (f(x+(n+1)\varepsilon) - f(x+n\varepsilon)) =$$

$$= \mathbf{(-1)^n C(n;0) f(x+\varepsilon)} - (-1)^n C(n;0) f(x) + \mathbf{(-1)^{n-1} C(n;1) f(x+2\varepsilon)} - \mathbf{(-1)^{n-1} C(n;1) f(x+\varepsilon)} + ..$$

$$.. + \mathbf{(-1)^{n-2} C(n;2) f(x+3\varepsilon)} - \mathbf{(-1)^{n-2} C(n;2) f(x+2\varepsilon)} + ..$$

$$.. + \mathbf{(-1)^1 C(n;n-1) f(x+n\varepsilon)} - \mathbf{(-1)^1 C(n;n-1) f(x+(n-1)\varepsilon)} + \mathbf{(-1)^0 C(n;n) f(x+(n+1)\varepsilon)} - \mathbf{(-1)^0 C(n;n) f(x+n\varepsilon)}.$$

Ora poiché $C(n;k)=C(n+1;k+1)-C(n,k+1)$ abbiamo $C(n;0)=C(n+1;1)-C(n,1)$ e così via

$C(n;2)=C(n+1;3)-C(n,3)$, ecc .. Poi, essendo $(-1)^{n-1} = -(-1)^n$, avremo

$(-1)^n C(n;0) f(x+\epsilon) = (-1)^n C(n+1;1) f(x+\epsilon) + (-1)^{n-1} C(n,1) f(x+\epsilon)$ e più in generale

$(-1)^{n-k} C(n;k) f(x+(k+1)\epsilon) = (-1)^{n-k} C(n+1;k+1) f(x+(k+1)\epsilon) + (-1)^{n-k-1} C(n,k+1) f(x+(k+1)\epsilon)$

Quindi sostituendo questi termini nella somma e semplificando

$$S = (-1)^n C(n+1;1) f(x+\epsilon) + (-1)^{n-1} C(n,1) f(x+\epsilon) - (-1)^n C(n;0) f(x) + (-1)^{n-1} C(n+1;2) f(x+2\epsilon) + \\ + (-1)^{n-2} C(n,2) f(x+2\epsilon) - (-1)^{n-1} C(n,1) f(x+\epsilon) + (-1)^{n-2} C(n;2) f(x+3\epsilon) - (-1)^{n-2} C(n;2) f(x+2\epsilon) + .. \\ .. + (-1)^1 C(n+1;n) f(x+n\epsilon) + (-1)^0 C(n,n) f(x+n\epsilon) - (-1)^1 C(n;n-1) f(x+(n-1)\epsilon) + \\ + (-1)^0 C(n;n) f(x+(n+1)\epsilon) - (-1)^0 C(n;n) f(x+n\epsilon)$$

Si ottiene $S = (-1)^{n+1} C(n;0) f(x) + (-1)^n C(n+1;1) f(x+\epsilon) + (-1)^{n-1} C(n+1;2) f(x+2\epsilon) + (-1)^{n-2} C(n;2) f(x+3\epsilon) + .. \\ .. + (-1)^1 C(n+1;n) f(x+n\epsilon) + (-1)^0 C(n;n) f(x+(n+1)\epsilon)$

Ma $C(n;0)=C(n+1;0)=1$ e $C(n;n)=C(n+1;n+1)=1$ e quindi

$$S = (-1)^{n+1} C(n+1;0) f(x) + (-1)^n C(n+1;1) f(x+\epsilon) + (-1)^{n-1} C(n+1;2) f(x+2\epsilon) + (-1)^{n-2} C(n;2) f(x+3\epsilon) + .. \\ .. + (-1)^1 C(n+1;n) f(x+n\epsilon) + (-1)^0 C(n+1;n+1) f(x+(n+1)\epsilon) = \text{sum}(0;n+1;(-1)^{n+1-k} C(n+1;k) f(x+k\epsilon))$$

E quindi

$$f^{(n+1)}(x) = \text{St}(S/\varepsilon^{n+1}) = \text{St}(\text{sum}(0;n+1;(-1)^{n+1-k}C(n+1;k)f(x+k\varepsilon))/\varepsilon^{n+1})$$

$$f^{(n)}(x) = \text{St}\left(\frac{\sum_{k=0}^n (-1)^{n-k} \binom{n}{k} f(x+k\varepsilon)}{\varepsilon^n}\right) \quad \text{c.v.d.}$$

$$\frac{d^2}{dx^2} \left(\frac{3x-x^2}{e^x+x} \right) = \frac{e^x(x^3 - 3x^2 - e^x x^2 + 6x + 7e^x x - 8e^x - 6)}{(e^x+x)^3}$$

$$f(x) = (3x - x^2)/(e^x + x)$$



$$\begin{aligned} \underline{D[(3x - x^2)/(e^x + x), \{x, 2\}]} &= d^2/dx^2((3x - x^2)/(e^x + x)) = \\ &= (3x - x^2) ((2(e^x + 1)^2)/(x + e^x)^3 - e^x/(x + e^x)^2) - (2(e^x + 1)(3 - 2x))/(x + e^x)^2 - 2/(x + e^x) = \\ &= e^x(x^3 - e^x x^2 - 3x^2 + 7x e^x + 6x - 8e^x - 6)/(x + e^x)^3 \end{aligned}$$

$$\underline{D[(3x - x^2)/(e^x + x), \{x, 20\}]} = d^{20}/dx^{20}((3x - x^2)/(e^x + x)) =$$



<https://goo.gl/VDqr8x>

<https://goo.gl/VU39zN>

$$\begin{aligned} \frac{d^{20}}{dx^{20}} \left(\frac{3x-x^2}{e^x+x} \right) &= \\ &= -380 \left(\frac{6402373705728000(1+e^x)^{18}}{(x+e^x)^{19}} - \frac{54420176498688000e^x(1+e^x)^{16}}{(x+e^x)^{18}} + \right. \\ &\quad \left. \frac{17072996548608000e^x(1+e^x)^{15}}{(x+e^x)^{17}} - \frac{4001483566080000e^x(1+e^x)^{14}}{(x+e^x)^{16}} + \right. \\ &\quad \left. \frac{192071211171840000e^{2x}(1+e^x)^{14}}{(x+e^x)^{17}} + \dots \right) \end{aligned}$$

Una **formula** ne richiama altre, questa pone in evidenza il ruolo dei **coefficienti binomiali**

anche se non è proprio facile come l'**abc**

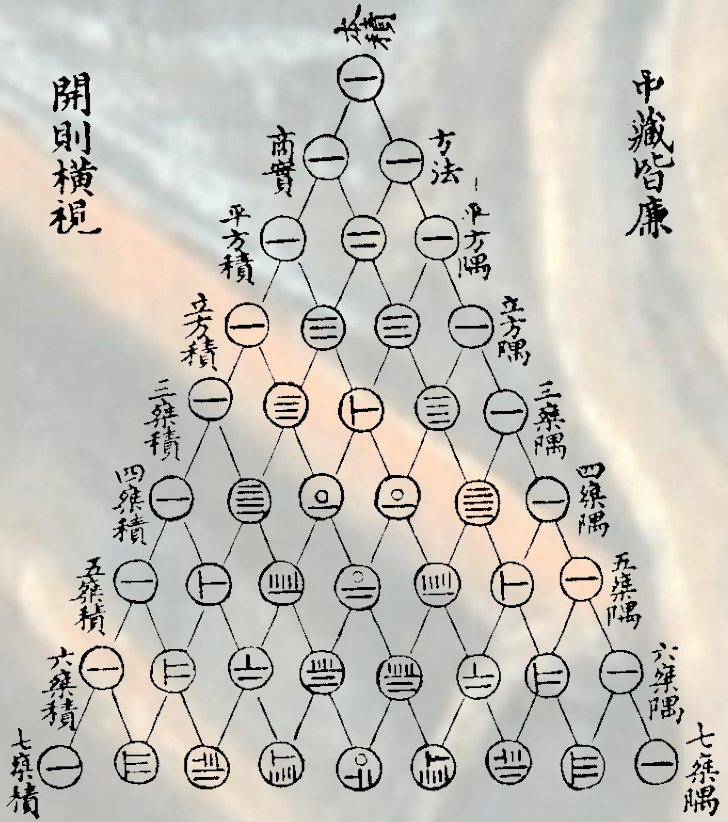
圖方算七法古

$$a + b = c$$

$$(a + b)^n = \sum_{k=0}^n \binom{n}{k} a^{n-k} b^k$$

$$\frac{d^n}{dx^n} f(x)g(x) = \sum_{k=0}^n \binom{n}{k} f^{(n-k)}(x)g^{(k)}(x)$$

$$f^{(n)}(x) = \text{St} \left(\frac{\sum_{k=0}^n (-1)^{n-k} \binom{n}{k} f(x+k\varepsilon)}{\varepsilon^n} \right)$$



本積	方法	上廉	廉	三廉	四廉	五廉	六廉	七廉
----	----	----	---	----	----	----	----	----

« Il binomio di Newton è bello come la venere di Milo, peccato che pochi se ne accorgano. » ([Fernando Pessoa](#))

Utilizzo della formula - dimostrazioni

MatematicaMente

ISSN: 2037-6367

N.221

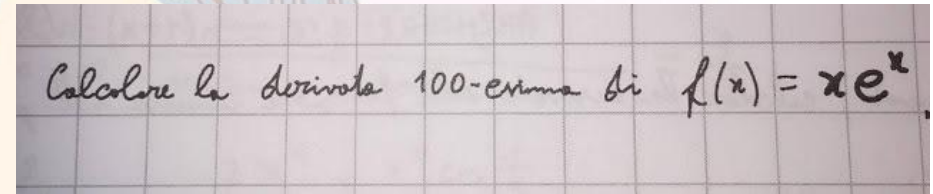
Pubblicazione mensile della sezione veronese della MATHESIS - Società Italiana di Scienze Matematiche e Fisiche - Fondata nel 1895 - Autorizzazione del Tribunale di Verona n. 1360 del 15-03-1999 - I diritti d'autore sono riservati. Direttore: Luciano Corso - Redazione: Alberto Bursato, Fabrizio Giugni, Michele Piccoli, Sisto Baldo - Via IV Novembre, 11/b - 37126 Verona - tel e fax (045) 8344785 - 338 6416432 - e-mail: lcorso@iol.it - info@mathesisverona.it - Stampa in proprio - Numero 221 - Pubblicato il 03-02-2017

Una questione di metodo Disciplinare e di esercizio



L'analisi infinitesimale mediante i numeri euclidei
di **Vieri Benci** $f(x) = (2x^2 + 3)/(x + 2)$

$$f'(x) = \text{st}((f(x) - 2f(x+\varepsilon) + f(x+2\varepsilon))/\varepsilon^2) = 22/(x+2)^3$$



$$\begin{aligned} f(x) - 2f(x+\varepsilon) + f(x+2\varepsilon) &= (2x^2+3)/(x+2) - 2(2(x+\varepsilon)^2+3)/(x+\varepsilon+2) + (2(x+2\varepsilon)^2+3)/(x+2\varepsilon+2) = \\ &= ((2x^2+3)(x+\varepsilon+2)(x+2\varepsilon+2) - 2(2x^2+4x\varepsilon+2\varepsilon^2+3)(x+2)(x+2\varepsilon+2) + (2x^2+8x\varepsilon+8\varepsilon^2+3)(x+2)(x+\varepsilon+2))/(x+2)(x+\varepsilon+2)(x+2\varepsilon+2) = \\ &= (2x^4+4x^3\varepsilon+4x^3+2x^3\varepsilon+4x^2\varepsilon^2+4x^2\varepsilon+4x^3+8x^2\varepsilon+8x^2+3x^2+6x\varepsilon+6x+3x\varepsilon+6\varepsilon^2+6\varepsilon+6x+12\varepsilon+12-4x^4-8x^3\varepsilon-8x^3-8x^3-16x^2\varepsilon \\ &-16x^2-8x^3\varepsilon-16x^2\varepsilon^2-16x^2\varepsilon-16x^2\varepsilon-32x\varepsilon^2-32x\varepsilon-4x^2\varepsilon^2-8x\varepsilon^3-8x\varepsilon^2-8x\varepsilon^2-16\varepsilon^3-16\varepsilon^2-16x^2-12x\varepsilon-12x-24\varepsilon-24+2x^4+2x^3\varepsilon \\ &+4x^3+4x^3+4x^2\varepsilon+8x^2+8x^3\varepsilon+8x^2\varepsilon^2+16x^2\varepsilon+16x^2\varepsilon+16x\varepsilon^2+32x\varepsilon+8x^2\varepsilon^2+8x\varepsilon^3+16x\varepsilon^2+16\varepsilon^2+16\varepsilon^3+32\varepsilon^2+3x^2+3x\varepsilon+6x+ \\ &6x+6\varepsilon+12)/(x+2)(x+\varepsilon+2)(x+2\varepsilon+2) \approx (4x^2+6-16x^2-32x-4x^2-8x-8x-16+8x^2+16x+8x^2+16x+16x+32)\varepsilon^2/(x+2)^3 = 22\varepsilon^2/(x+2)^3 \end{aligned}$$

Collegamenti alla formula

formule generali del Beato [Francesco Faà di Bruno](#)

$$\frac{d^n}{dx^n} f(g(x)) = \sum \frac{n!}{m_1! 1!^{m_1} m_2! 2!^{m_2} \dots m_n! n!^{m_n}} \cdot f^{(m_1+\dots+m_n)}(g(x)) \cdot \prod_{j=1}^n (g^{(j)}(x))^{m_j}$$

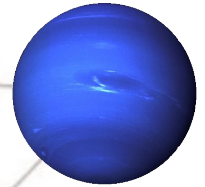
$$1 \cdot m_1 + 2 \cdot m_2 + 3 \cdot m_3 + \dots + n \cdot m_n = n$$

Calcolo umbrale

$$\langle L_1 L_2 \mid x^n \rangle = \sum_{k=0}^n \binom{n}{k} \langle L_1 \mid x^k \rangle \langle L_2 \mid x^{n-k} \rangle$$

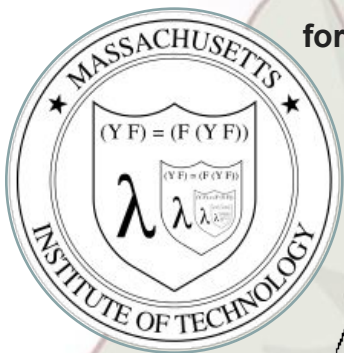
Derivata di Grunwald-Letnikov

$$D^q f(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{1}{h^q} \sum_{0 \leq m < \infty} (-1)^m \binom{q}{m} f(x + (q-m)h)$$



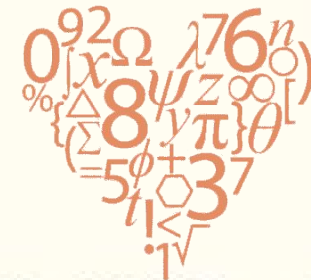
$$f(x) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{d^n f}{dx^n} \Big|_{x_0} \frac{(x-x_0)^n}{n!}$$

Sviluppi in serie di Taylor



1

<http://codeweek.it/algorithmi-patrimonio-immateriale>



call to UNESCO

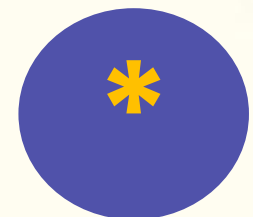


Algorithms

as Intangible Cultural Heritage

$$f^{(n)}(x) = \text{St} \left(\frac{\sum_{k=0}^n (-1)^{n-k} \binom{n}{k} f(x + k\varepsilon)}{\varepsilon^n} \right)$$

codeweek.eu/petition



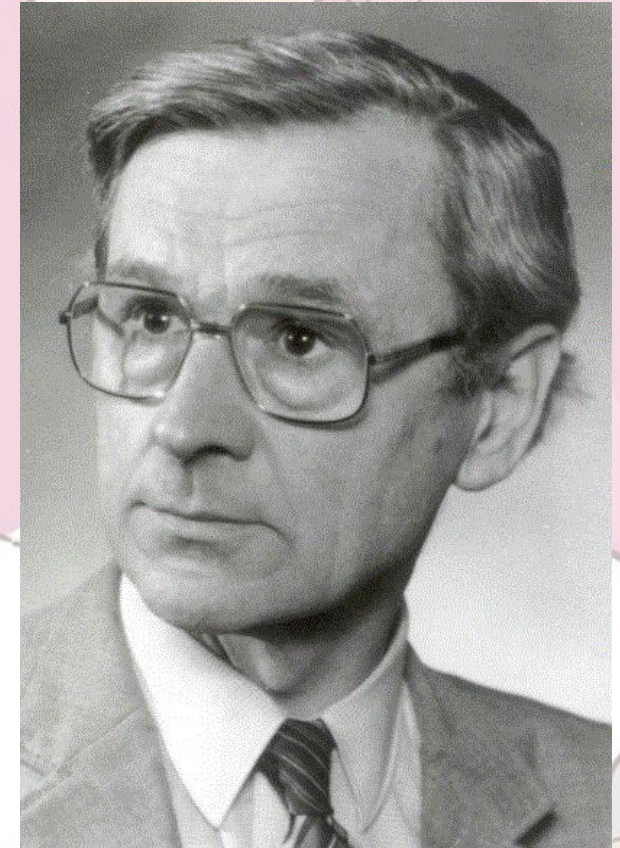
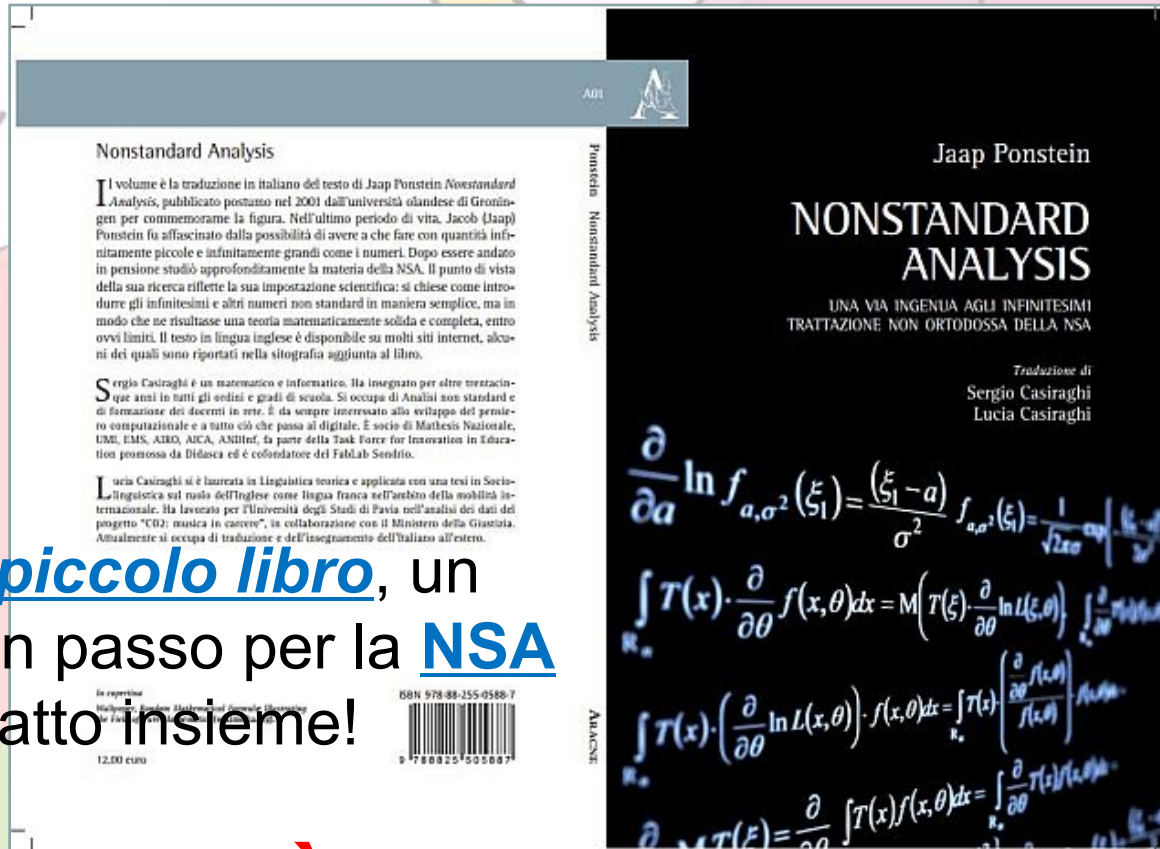
Testi di riferimento* per la NSA (in italiano)



0

Ed. italiana preliminare del testo di Jaap Ponstein

Invito alla **reVISIONE** della nostra traduzione



Un **piccolo libro**, un buon passo per la **NSA** se fatto insieme!

È caccia aperta agli errori!

Saremo grati a chiunque ce li segnalerà per una corretta riscrittura e riedizione del testo



Scuol@ 4.0

SMART PEOPLE
Skilled & Certified

$$x_{1,2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q}$$

<https://analisiinonstandard.blogspot.it>



$$E = mc^2$$



$$\langle A, B \rangle = \text{spur}(\overline{A^T} B) = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m \overline{a_{ij}} b_{ij}$$

Pure & Applied Math

Quora

$$a^2 + b^2 = c^2$$

<https://it.pinterest.com/casintel>



$$e^{i\pi} = -1$$



<http://mathone.it>

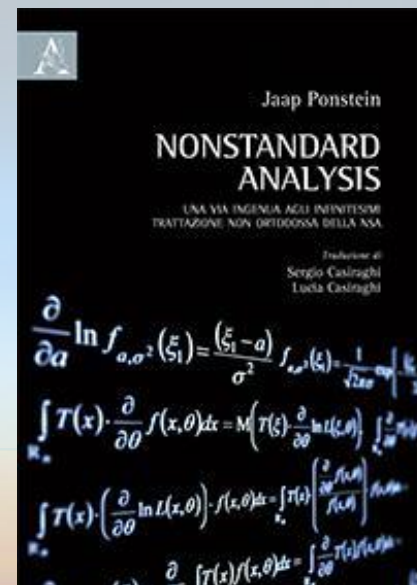
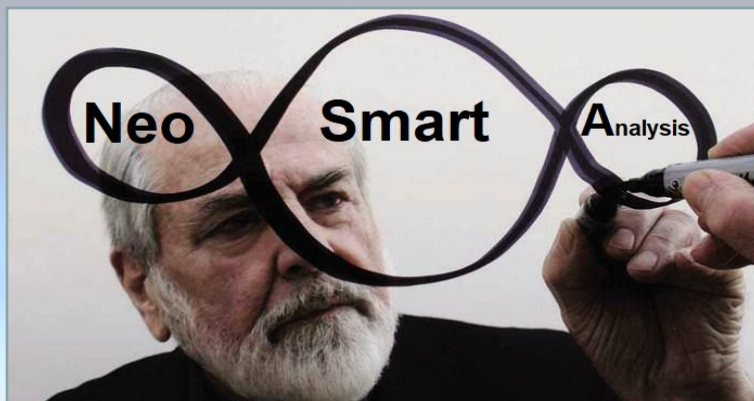
The Interconnectedness of Knowledge in the 21st Century

<http://elearninginfographics.com/fundamental-theorem-of-calculus-infographic>

<http://analisiinonstandard.it>

NSA

CodeWeek
2017



<http://nsa.one>

$$f^{(n)}(x) = \text{St} \left(\frac{\sum_{k=0}^n (-1)^{n-k} \binom{n}{k} f(x+k\varepsilon)}{\varepsilon^n} \right)$$

<http://codeweek.it/algorithmi-patrimonio-immateriale>

call to UNESCO

Algorithms
as Intangible Cultural Heritage

$$f^{(n)}(x) = \text{St} \left(\frac{\sum_{k=0}^n (-1)^{n-k} \binom{n}{k} f(x+k\varepsilon)}{\varepsilon^n} \right)$$

codeweek.eu/petition

FINE GRAZIE!

Gli *algoritmi*, come le *formule*, se non misconosciuti, sono per tutti .. e per sempre!!



Sergio.casiraghi@didasweb.it

<http://codeweek.it>